অধ্যায়-৮ ভেক্টর এবং ভেক্টর রাশি

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। ভেক্টর রাশি কাকে বলে?** বাকাশিবো- ২০১৫, ১৯

উত্তর ঃ যে রাশির মান ও দিক উভয়ই আছে, তাকে ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি বলে। যেমন ঃ বল, সরণ বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি।

*** ২। ভেক্টর বা ফেজর বলতে কী বুঝায়?** বাকাশিবো- ২০১৫

উত্তর ঃ ভেক্টর হল একটি অপারেটর যার দ্বারা দিক নির্দেশিত হয়। ইলেকট্রিক্যাল সিস্টেমের জন্য অঙ্কিত ভেক্টরসমূহ টাইম রোটেটিং ভেক্টর হওয়ায় একে ফেজর বলা হয়।

***** ৩। 'j' অপারেটর বলতে কী বুঝায়?**

বাকাশিবো-২০০২, ০৪, ০৫, ০৬, ০৯, ১০, ১২, ১৩, ১৫, ১৭, ২৩, ২৫

উত্তর ঃ 'j' হলো এমন একটি অপারেটর যা কোনো ভেক্টরের সাথে মাল্টিপ্লাইং ফ্যাক্টর হিসেবে ব্যবহৃত হয়ে উক্ত ভেক্টরের $90°$ বামাবর্তে (Anti-Clockwise) ঘূর্ণন নির্দেশ করে, তাকে 'j' অপারেটর (Operator) বলে। 'j' অপারেটর এর মান $\sqrt{-1}$

অর্থাৎ $j = \sqrt{-1}$

বা, $j^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2$

$\therefore j^2 = -1$

***** ৪। মডুলাস (Modulus) কী?**

বাকাশিবো-২০০৬, ০৮, ১০, ১২, ১৩, ১৫, ১৬

উত্তর ঃ পোলার ভেক্টরের পরিমাণকে মডুলাস বলে। আরও সহজ ভাষায় ভেক্টরের মানকে মডুলাস বলে।

***** ৫। আরগুমেন্ট (Argument) কী?**

বাকাশিবো- ২০০৬, ০৮, ১০, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬

উত্তর ঃ পোলার ভেক্টরের নির্দেশক কোণকে আরগুমেন্ট বলে।

ব্যাখ্যা ঃ

পোলার ভেক্টর, $r\angle\theta$

বা, $10\angle 60^\circ \rightarrow$ আরগুমেন্ট

$\downarrow$

মডুলাস

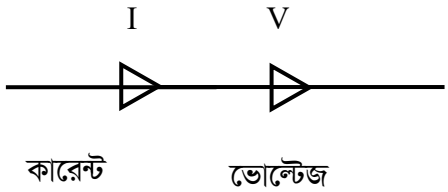
***৬। রেকট্যাংগুলার ভেক্টর কাকে বলে?** বাকাশিবো- ২০০৭, ১৪

উত্তর ঃ যে ভেক্টরকে অনুভূমিক এবং উলম্ব উপাদানের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়, তাকে রেকট্যাংগুলার ভেক্টর বলে।

**** ৭। ইন-ফেজ বলতে কী বুঝায়?** বাকাশিবো- ২০০৯, ১০, ১৩

উত্তর ঃ এসি সার্কিটে যখন কারেন্ট ও ভোল্টেজ একই দিকে থাকে, অর্থাৎ তাদের মধ্যে কোনো কৌণিক দূরত্ব থাকে না, তখন তাকে ইন-ফেজ বলা হয়।

ব্যাখ্যা ঃ



**** ৮। নির্দেশ অক্ষ বা রেফারেন্স অ্যাক্সিস কাকে বলে?** বাকাশিবো- ২০১০, ১৬

উত্তর ঃ আনুভূমিক ও উলম্ব অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দুর দক্ষিণ দিকে (ডানদিকে) বর্ধিত অনুভূমিক অক্ষকে নির্দেশ অক্ষ বা রেফারেন্স অ্যাক্সিস বলা হয়।

*** ৯। $3 + j4$ ভেক্টরটিকে সূত্রের সাহায্যে পোলার ফরমে প্রকাশ কর।**

বাকাশিবো- ২০১০, ১৩

উত্তর ঃ $3 + j4 = x + jy$

$\therefore$ পোলার ফরম, $r\angle\theta = \sqrt{x^2 + y^2}\angle\tan^{-1}\frac{y}{x}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}\angle\tan^{-1}\frac{4}{3}$

$= \sqrt{9 + 16}\angle\tan^{-1}1.333$

$= \sqrt{25}\angle\tan^{-1}1.333$

$= 5\angle 53.12°$ **(Ans.)**

***** ১০। $3 + j4$ ভেক্টরের মডুলাস ও আরগুমেন্ট নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০১৩, ১৪

উত্তর ঃ $3 + j4 = 5\angle 53.12°$

$\therefore$ মডুলাস $= 5$ এবং আরগুমেন্ট $= 53.12$

*****১১। $10\angle 60°$ ভেক্টরটিকে রেকট্যাংগুলার ভেক্টরে প্রকাশ কর।**

বাকাশিবো- ২০১৮

উত্তর ঃ

$10\angle 60° \rightarrow r\angle\theta \qquad [\therefore r = 10, \theta = 60°]$

আমরা জানি,

$$r\cos\theta + j\,r\sin\theta$$
$$= 10.\cos 60° + j\,10.\sin 60°$$
$$= (10 \times 0.5) + j(10 \times 0.866)$$
$$= 5 + j\,8.66 \textbf{ (Ans.)}$$

*****১২। $-5 - j\,10$ ভেক্টরটিকে পোলার ফরমে প্রকাশ কর।**

বাকাশিবো- ২০১৪, ২৪

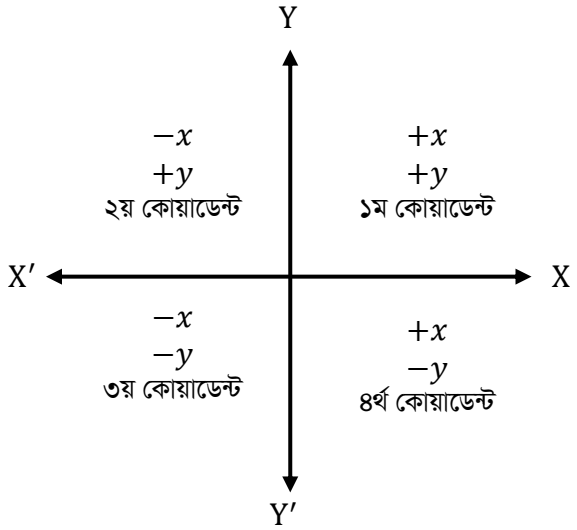
উত্তর ঃ $-5 - j10 \rightarrow x + jy$

$$[\therefore x = -5, y = -10]$$

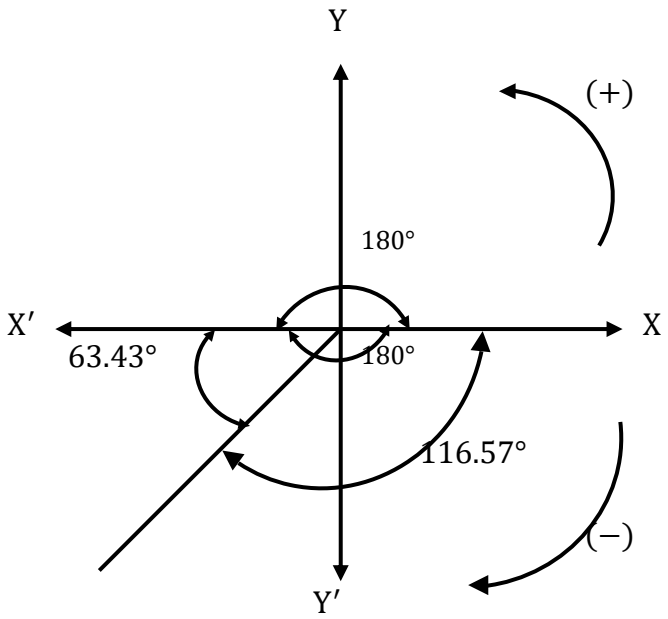
আমরা জানি, পোলার ফরম,

$$r\angle\theta = \sqrt{x^2 + y^2}\angle\tan^{-1}\frac{y}{x}$$
$$= \sqrt{(-5)^2 + (-10)^2}\angle\tan^{-1}\frac{-10}{-5}$$
$$= \sqrt{25 + 100}\angle\tan^{-1}\frac{10}{5}$$
$$= 11.18\angle 63.43$$
$$= 11.18\angle 63.43 - 180°$$
$$= 11.18\angle -116.57 \textbf{ (Ans.)}$$

ব্যাখ্যা ঃ



যেহেতু $x = -5$ এবং $y = -10$ তাই কোণটি তৃতীয় কোয়াডেন্টে অবস্থিত হবে।



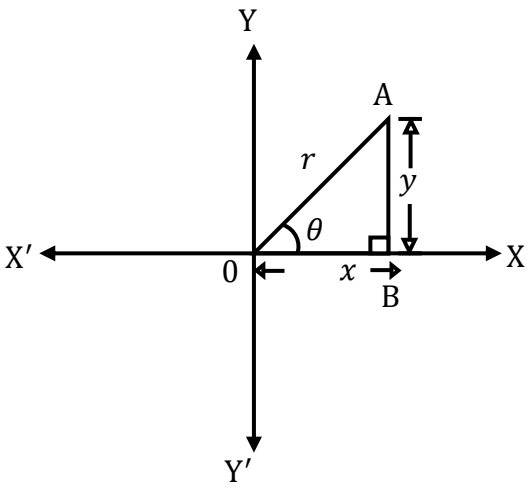
SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। পোলার এবং রেকট্যাংগুলার ভেক্টরের মাঝে সম্পর্ক নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০৪, ০৭, ১৪, ১৮, ২০, ২৪

অথবা, Polar এবং Rectangular Vector এর মাঝে সম্পর্ক দেখাও।

উত্তর ঃ



ধরি, r একটি ভেক্টর, যার ম্যাগনিচুড $|r|$,

এই ভেক্টরের আনুভূমিক বা বাস্তব উপাংশ x এবং উলম্ব বা কাল্পনিক উপাংশ y

সুতরাং r ভেক্টরের পোলার ফরম $= r \angle \theta$

এবং r ভেক্টরের রেকট্যাংগুলার ফরম $= x + jy$

OAB সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$r^2 = x^2 + y^2$$

[সূত্র ঃ (অতিভুজ)^২=(লম্ব)^২ + (ভূমি)^২]

বা, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

এবং, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan\theta = \frac{y}{x}$

বা, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

অতএব, r ভেক্টরকে x ও y এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে রেকট্যাংগুলার ও পোলার ফরমের মধ্যে নিম্নোক্ত সম্পর্ক পাওয়া

যায় ঃ- $x + jy = \sqrt{x^2 + y^2}\angle \tan^{-1}\frac{y}{x}$

$= r\angle\theta$ **(Showed)**

**** ২। $130\angle 120°$ থেকে $75\sqrt{29°}$ বিয়োগ কর এবং বিয়োগফল Polar Form এ রূপান্তর কর।** বাকাশিবো- ২০১৫

উত্তর ঃ দেওয়া আছে,

$A = 130°\angle 120°$

$= r\cos\theta + jr\sin\theta$

$= 130 \times \cos(120) + j(130 \times \sin 120°)$

$= 130 \times (-0.5) + j(130 \times 0.866)$

$= -65 + j112.58$

এবং $B = 75\sqrt{29°}$

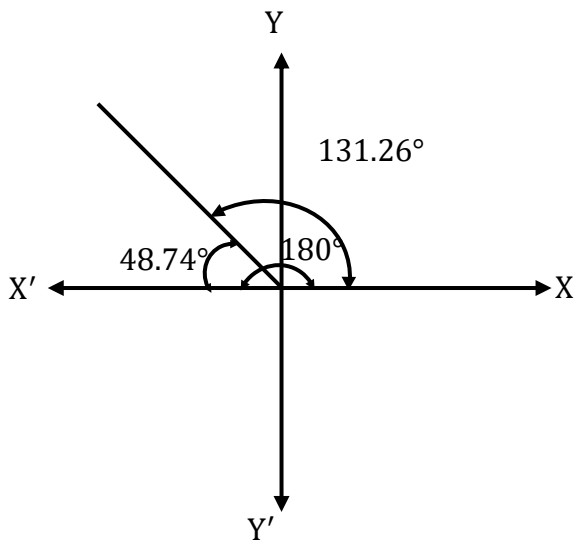
$= 75\angle -29°$

$= r\cos\theta + jr\sin\theta$

$= 75 \times \cos(-29) + j75 \sin(-29)$
$= (75 \times 0.875) + j75 \times (-0.485)$
$= 65.62 - j36.375$

$$A - B = -65 + j112.5 - (65.25 - j36.375)$$
$$= -65 + j112.58 - 65.62 + j36.375$$
$$= -130 + j148.955$$

∴ পোলার ফরম, $r \angle \theta = \sqrt{x^2 + y^2} \angle \tan^{-1} \frac{y}{x}$
$= \sqrt{(130.62)^2 + (148.955)^2} \angle \tan^{-1} \frac{148.955}{130.62}$
$= \sqrt{17061.58 + 22187.59} \angle \tan^{-1} 1.14$
$= 198.11 \angle 48.74$
$= 198.11 \angle 180° - 48.74°$
$= 198.11 \angle 131.26°$ **(Ans.)**



*** ৩। $42\ e^{-j\,120}$ কে রেকট্যাংগুলার রাশিতে প্রকাশ কর।**

বাকাশিবো- ২০১৬

উত্তর ঃ $42e^{-j\,120}$

$= 42 \angle -120°$

$= -21 - j\,36.37$ **(Ans.)**

***** ৪। $10 \angle 45°$ ও $5 + j5$ রাশি দুটিকে যোগ ও বিয়োগ কর।**

বাকাশিবো- ২০১৯

উত্তর ঃ দেওয়া আছে,

$A = 10 \angle 45°$

$= r\cos\theta + jr\sin\theta$

$= 10\cos 45° + j\,10\sin 45°$

$= (10 \times 0.707) + j(10 \times 0.707)$

$= 7.07 + j\,7.07$

এবং $B = 5 + j5$

∴ রাশি দুটির যোগ,

$$A + B = 7.07 + j7.07 + 5 + j5$$
$$= 12.07 + j12.07$$

(Ans.)

এবং রাশি দুটির বিয়োগ,

$$A - B = 7.07 + j7.07 - (5 + j5)$$
$$= 7.07 + j7.07 - 5 - j5$$
$$= 2.07 + j2.07 \textbf{ (Ans.)}$$

*** ৫। $\vec{A} = 10 + j\,15$, $\vec{B} = 30 \angle -60°$ হলে $\vec{A} + \vec{B} = ?$ বাকাশিবো- ২০১৭, ১৮

উত্তর ঃ দেওয়া আছে,

$\vec{A} = 10 + j\,15$

$\vec{B} = 30 \angle -60°$

$= r\cos\theta + j\,r\sin\theta$

$= 30\cos(-60) + j\,30\sin(-60)$

$= (30 \times 0.5) + j\big(30 \times (-0.866)\big)$

$= 15 - j\,25.98$

$\therefore\ \vec{A} + \vec{B} = 10 + j\,15 + 15 - j\,25.98$

$= 25 - j\,10.98$ **(Ans.)**